
PROGRAMMA DI MATEMATICA
CLASSE 1° E

N.B. Gli argomenti asteriscati (*) sono stati svolti con dimostrazione

INSIEMI NUMERICI

Insieme \mathbb{N} (numeri naturali):

- ▶ Rappresentazione e ordinamento dei numeri naturali su una semiretta orientata, \mathbb{N} è infinito e discreto;
- ▶ Operazioni in \mathbb{N} : addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, elevamento a potenza;
- ▶ Espressioni numeriche e letterali;
- ▶ Proprietà delle operazioni in \mathbb{N} : legge di annullamento del prodotto, proprietà commutativa e associativa dell'addizione e della moltiplicazione, proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione;
- ▶ Proprietà della sottrazione e della divisione come operazioni inverse: proprietà distributiva e invarian-tiva;
- ▶ Proprietà delle potenze;
- ▶ Multipli e divisori, numeri primi, MCD e mcm.

Insieme \mathbb{Z} (numeri interi):

- ▶ Prime definizioni: segno di un numero relativo, numeri opposti, concordi e discordi;
- ▶ Valore assoluto di un numero (o modulo);
- ▶ Operazioni in \mathbb{Z} : addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione e potenza;
- ▶ \mathbb{Z} come ampliamento di \mathbb{N} .

Insieme \mathbb{Q} (numeri razionali):

- ▶ Frazioni (proprie, improprie e apparenti), frazioni equivalenti;
- ▶ Proprietà invariantiva, semplificazione ai minimi termini e riduzione a denominatore comune;
- ▶ Numeri razionali assoluti e relativi e loro rappresentazione sulla retta orientata;
- ▶ Operazioni in \mathbb{Q} : addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione ed elevamento a potenza;
- ▶ \mathbb{Q} come ampliamento di \mathbb{Z} ;
- ▶ Numeri decimali e decimali periodici;
- ▶ Proporzioni e loro proprietà fondamentale, medio proporzionale fra due numeri;
- ▶ Percentuali.

Insieme \mathbb{R} (numeri reali):

- ▶ $\sqrt{2}$ non è razionale (*);

- ▶ Numeri razionali e numeri irrazionali, numeri reali;

INSIEMISTICA

- ▶ Definizioni iniziali: insieme, elemento, appartenenza ad un insieme, esempi di insiemi (in particolare insiemi numerici), insieme vuoto;
- ▶ Rappresentazione di un insieme: per proprietà caratteristica, per elencazione, tramite diagrammi di Venn;
- ▶ Cardinalità di un insieme, insiemi finiti e infiniti;
- ▶ Sottoinsiemi propri e impropri, insieme delle parti e sua cardinalità;
- ▶ Unione e intersezione fra insiemi e relative proprietà;
- ▶ Partizione di un insieme;
- ▶ Differenza fra insiemi, insieme complementare;
- ▶ Leggi di De Morgan (*);
- ▶ Prodotto cartesiano e relative proprietà;
- ▶ Enunciati logici e connettivi: negazione, congiunzione, disgiunzione inclusiva ed esclusiva con relative tavole di verità;
- ▶ Tautologie e contraddizioni;
- ▶ Schemi di ragionamento: modus ponens e modus tollens;
- ▶ Quantificatori.

RELAZIONI

- ▶ Definizione di relazione fra due insiemi, immagine e controimmagine, dominio e insieme immagine;
- ▶ Rappresentazione di una relazione: elencazione, diagramma a frecce, tabella a doppia entrata e diagramma cartesiano;
- ▶ Relazione inversa;
- ▶ Relazioni in un insieme e grafi;
- ▶ Proprietà delle relazioni: riflessiva, antiriflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva;
- ▶ Relazioni di equivalenza: definizione, classi di equivalenza, insieme quoziente, esempi;
- ▶ Relazioni di ordine: definizione, ordine largo e stretto, totale e parziale.

FUNZIONI

- ▶ Definizione di funzione come particolare relazione, dominio e insieme immagine, variabili (dipendente e indipendente);
- ▶ Funzioni reali di variabile reale;
- ▶ Dominio naturale di una funzione;
- ▶ Ricerca degli zeri di una funzione;

- ▶ Piano cartesiano e grafico di una funzione, capire se un grafico dato rappresenta una funzione oppure no;
- ▶ Funzione di proporzionalità diretta: definizione, rappresentazione grafica come retta passante per l'origine, determinazione del coefficiente angolare m ;
- ▶ Proporzionalità inversa: definizione e rappresentazione grafica;
- ▶ Funzioni lineari: definizione e rappresentazione come retta non passante per l'origine, determinazione del coefficiente angolare.

MONOMI

- ▶ Definizioni iniziali: monomio, coefficiente e parte letterale, grado, monomi simili e opposti;
- ▶ Addizione, sottrazione, prodotto, divisione fra monomi, potenza di un monomio;
- ▶ MCD e mcm di due o più monomi;

POLINOMI

- ▶ Definizione di polinomio, polinomio nullo e polinomio in forma normale;
- ▶ Grado di un polinomio, polinomio omogeneo, ordinato e completo;
- ▶ Polinomi come esempi di funzioni, zeri di un polinomio;
- ▶ Addizione, sottrazione, moltiplicazione fra polinomi;
- ▶ Prodotti notevoli: quadrato di binomio (*) con interpretazione geometrica, somma per differenza (*), cubo di binomio (*), quadrato di trinomio (*);
- ▶ Potenze di un binomio tramite triangolo di Tartaglia.

DIVISIONE E SCOMPOSIZIONE DI POLINOMI

- ▶ Divisibilità fra polinomi;
- ▶ Divisione di un polinomio per un monomio e per un polinomio (divisione in colonna);
- ▶ Regola di Ruffini;
- ▶ Teorema del Resto (*) e Teorema di Ruffini (*);
- ▶ Scomposizione in fattori: raccoglimento totale e parziale, trinomio speciale, scomposizione con prodotti notevoli, scomposizione con Ruffini;
- ▶ Somma e differenza di cubi (*);
- ▶ MCD e mcm di polinomi.

FRAZIONI ALGEBRICHE

- ▶ Definizione di frazione algebrica e condizioni di esistenza;
- ▶ Frazioni algebriche come funzioni: determinazione del dominio e degli zeri;
- ▶ Proprietà invariantiva delle frazioni algebriche e semplificazione;

- ▶ Operazioni con le frazioni algebriche: addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione e potenza.

EQUAZIONI DI PRIMO GRADO

- ▶ Prime definizioni: identità, membri di una uguaglianza, equazione;
- ▶ Significato di risolvere un'equazione e classificazione delle equazioni in determinate, indeterminate e impossibili;
- ▶ Equazioni equivalenti e principi di equivalenza delle equazioni (da cui regola del trasporto, di cancellazione e di cambiamento del segno);
- ▶ Forma normale e grado di una equazione;
- ▶ Risoluzione di equazioni numeriche intere;
- ▶ Risoluzione di equazioni numeriche fratte;
- ▶ Equazioni letterali intere e fratte.

DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO

- ▶ Disuguaglianze numeriche e proprietà;
- ▶ Disequazioni: soluzioni, incognite, risoluzione di una disequazione;
- ▶ Introduzione agli intervalli in \mathbb{R} : illimitati e limitati, chiusi e aperti;
- ▶ Risoluzione di disequazioni lineari: principi di equivalenza e rappresentazione delle soluzioni tramite intervalli;

STATISTICA DESCRITTIVA (per Educazione Civica)

- ▶ Introduzione alla statistica: popolazione, unità statistica e rilevazioni statistiche;
- ▶ Statistica descrittiva e inferenziale;
- ▶ Caratteri (qualitativi e quantitativi);
- ▶ Frequenza assoluta e frequenza relativa, tabella delle frequenze;
- ▶ Rappresentazione dei dati: ortogramma, istogramma e areogramma;
- ▶ Media, mediana, moda;
- ▶ Indici di variabilità: scarto quadratico medio.

ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI

- ▶ Introduzione alla geometria degli "Elementi" di Euclide: digressione storica e metodologica;
- ▶ Definizioni, postulati, teoremi, dimostrazioni, enti primitivi e figure geometriche;
- ▶ Postulati di appartenenza e postulati di ordine;
- ▶ Semirette e segmenti;
- ▶ Postulato di partizione del piano tramite una retta, semipiani;

- ▶ Figure concave e figure convesse;
- ▶ Angoli: definizione, angoli particolari, angoli consecutivi e adiacenti, angoli opposti al vertice;
- ▶ Congruenza di figure e proprietà (relazione di equivalenza);
- ▶ Partizione del piano mediante una linea chiusa, circonferenze, poligonali e poligoni;
- ▶ Operazioni con segmenti e angoli: trasporto, addizione e sottrazione, multipli e sottomultipli;
- ▶ Punto medio di un segmento e bisettrice di un angolo, postulato di unicità del punto medio e della bisettrice;
- ▶ Angoli retti, acuti, ottusi, complementari, supplementari ed esplementari;
- ▶ Angoli supplementari/complementari di angoli congruenti sono congruenti (*);
- ▶ Angoli opposti al vertice sono congruenti (*);
- ▶ Lunghezza di un segmento, distanza fra due punti, ampiezza di un angolo.

TRIANGOLI

- ▶ Prime definizioni sui triangoli e loro classificazione;
- ▶ Bisettrici, mediane e altezze di un triangolo;
- ▶ Primo criterio di congruenza (con idea di dimostrazione negli "Elementi" di Euclide), secondo criterio di congruenza (*), terzo criterio di congruenza (*);
- ▶ Teorema del triangolo isoscele (*) e suo inverso (*);
- ▶ In un triangolo isoscele la bisettrice dell'angolo al vertice è anche mediana e altezza relativa alla base (*);
- ▶ Primo teorema dell'angolo esterno (*);
- ▶ In un triangolo, a lato maggiore corrisponde angolo opposto maggiore (*) e viceversa (*);
- ▶ Disuguaglianze triangolari (*).

RETTE PARALLELE E RETTE PERPENDICOLARI

- ▶ Rette incidenti e rette perpendicolari;
- ▶ Teorema di esistenza e unicità della perpendicolare (*);
- ▶ Asse di un segmento, proiezione ortogonale e distanza tra un punto e una retta;
- ▶ Rette tagliate da una trasversale: angoli alterni, coniugati, corrispondenti, rette parallele;
- ▶ Criterio di parallelismo (*) e suo inverso (*);
- ▶ Teorema di esistenza della parallela per un punto (*);
- ▶ Quinto postulato di Euclide sull'unicità della parallela: discussione storica e digressione su alcune geometrie non euclidee;
- ▶ Il parallelismo tra rette è una relazione di equivalenza;
- ▶ Secondo teorema dell'angolo esterno (*);
- ▶ Teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo (*);

- ▶ Secondo criterio di congruenza per i triangoli in forma generale (*);
- ▶ Somma degli angoli interni di un poligono convesso (*) e somma degli angoli esterni;
- ▶ Criteri di congruenza per i triangoli rettangoli (*);
- ▶ Mediana relativa all'ipotenusa;
- ▶ Distanza tra due rette parallele (*).

COMPITI PER LE VACANZE ESTIVE

PER COLORO CHE HANNO RICEVUTO IL DEBITO O L'AIUTO:

1. Ripassare tutti gli argomenti svolti durante l'anno, facendo affidamento agli appunti presi a lezione, al libro di testo e anche al materiale caricato su Classroom (slides, esercizi aggiuntivi e simulazioni);
2. Svolgere tutte le verifiche di fine capitolo per ogni argomento trattato durante l'anno. Si trovano alle pagine seguenti del libro di testo: 74 - 154 - 217 - 292 - 328 - 376 - 483 - 544 - 595 - 681 + per le disequazioni svolgere gli esercizi dal 114 al 116 e dal 128 al 132 di pagina 718;
3. Svolgere nuovamente le verifiche assegnate durante l'anno (in allegato in fondo al documento).

GLI ESERCIZI DI CUI SOPRA VANNO SVOLTI SU UN APPOSITO QUADERNO.

Durante il ripasso estivo, consiglio di svolgere anche qualche esercizio in più rispetto a quelli che vi ho dato come obbligatori. Potete trarli dal libro o dalle schede che vi ho caricato su Classroom. Procedete con ordine, argomento dopo argomento, senza lasciare indietro parti di programma.

PER TUTTI GLI ALTRI:

1. Ripassare la teoria svolta quest'anno, concentrandosi soprattutto sulla parte finale del programma: polinomi, scomposizioni, frazioni algebriche, equazioni fratte e disequazioni lineari;
2. Svolgere nuovamente le verifiche assegnate durante l'anno (in allegato in fondo al documento).

Durante il ripasso estivo, è bene sfogliare tutto il libro e fare mente locale su ciò che ricordate e sapete fare e quanto invece è bene ripassare, al di fuori dei compiti obbligatori segnati sopra. Tutte le lacune che vi portate dietro complicheranno il vostro lavoro nei prossimi anni. È bene, quindi, colmarle fin da subito.

BUONE VACANZE A TUTTI

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA

1. Si considerino i seguenti insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{2}{n}, n = 1, 2, 4, 8, 10\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4 \right\}$$

$$C = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \right\}$$

- Rappresentare gli insiemi B e C per proprietà caratteristica
- Rappresentare gli insiemi tramite diagrammi di Eulero-Venn
- A è un sottoinsieme di $B \cup C$? In caso affermativo, è proprio o improprio? Giustificare la risposta
- Sia $H = (A \cap B) \cup (B \cap C)$. Scrivere per elencazione l'insieme delle parti di H , ovvero $\mathcal{P}(H)$
- Determinare il valore di $|\mathcal{P}(A \cup B)|$, senza scrivere esplicitamente l'insieme $\mathcal{P}(A \cup B)$
- Fornire la definizione di partizione di un insieme e determinare una qualsiasi partizione dell'insieme $A \cup B$

2. Si considerino gli insiemi

$$U = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 6\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un divisore di } 6\}$$

- Rappresentare la situazione tramite diagrammi di Venn ed evidenziare l'insieme $\overline{A \cup B} \cap \overline{A}$ dove il complementare è calcolato rispetto all'insieme U (cioè U è l'insieme universo)
- Scrivere per elencazione l'insieme $(A \cap \overline{B}) \times (B - A)$
- Scrivere le due Leggi di De Morgan per gli insiemi e verificare la validità di una delle due (a scelta) per gli insiemi A, B e U .

3. Da un'indagine effettuata su 17 persone sulle loro preferenze sui programmi televisivi, risulta che:

- 9 hanno scelto programmi di varietà
- 8 guardano sport
- 2 guardano solo varietà e film
- 2 guardano indifferentemente varietà, film e sport
- 7 guardano film
- 3 guardano solo varietà e sport
- 2 hanno scelto solo film.

Illustrare la situazione con un diagramma di Eulero-Venn e determinare quante persone preferiscono solo varietà, quante persone amano solo programmi sportivi e film, quanti preferiscono solo programmi sportivi, quanti non guardano mai varietà e, infine, quante persone non amano né varietà, né film, né programmi sportivi.

4. Costruire la tavola di verità corrispondente allo schema di ragionamento del *modus tollens*
5. Costruire le tavole di verità delle seguenti proposizioni composte e, in caso lo siano, specificare se sono tautologie o contraddizioni

a. $\overline{(\overline{A} \rightarrow B)} \vee (\overline{B} \wedge \overline{\overline{A}})$

b. $\overline{(\overline{A \vee B})} \wedge (B \vee A)$

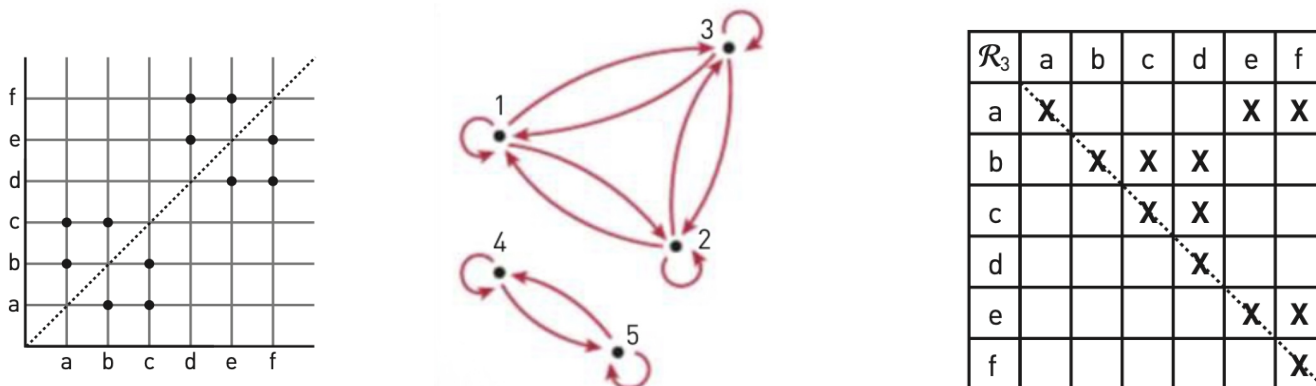
6. Tramite opportune tavole di verità, dimostrare la seguente equivalenza:

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) = (A \wedge B) \rightarrow C$$

GRIGLIA DI VALUTAZIONE PROVE SCRITTE					
Indicatori	Conoscenze di contenuti	Competenze di progettazione	Competenze di elaborazione	Competenze argomentative e lessicali	
Valutazione	(0-3)	(1-2)	(0-4)	(0-1)	

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA

1. Studiare le proprietà delle relazioni $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$ ed \mathcal{R}_3 (in figura sono in ordine). Indicare se sono relazioni di equivalenza o di ordine. Se sono di equivalenza, determinare le classi di equivalenza e l'insieme quoziente; se sono d'ordine, specificare se largo o stretto, parziale o totale.



2. Si consideri l'insieme $A = \{4,6,8,11,13,15\}$ e la relazione definita su A data da

$$a \mathcal{R} b \iff a - b \text{ è un numero naturale pari } \quad \forall a, b \in A$$

- Rappresentare \mathcal{R} in tutti i modi possibili
 - Studiare le proprietà di \mathcal{R} . È una relazione di equivalenza? È una relazione di ordine? Se è di equivalenza, determinarne l'insieme quoziente, se è di ordine dire se è di ordine largo/stretto e totale/parziale.
3. Si considerino gli insiemi $A = \{a \in \mathbb{Z} : |a| \leq 2\}$, $B = \{-1,0,2, -4, -2\}$ e la relazione \mathcal{R} definita da A a B nel modo seguente:

$$a \mathcal{R} b \iff a \text{ è la metà di } b \quad \forall a \in A, b \in B$$

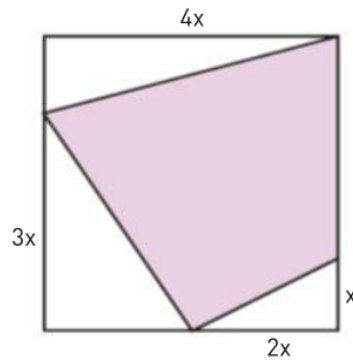
- Scrivere per proprietà caratteristica e per elencazione \mathcal{R}^{-1}
 - Determinare dominio e immagine di \mathcal{R} e \mathcal{R}^{-1}
4. Semplificare le seguenti espressioni:

a. $\left[- \left(\frac{2}{3}xy^2 \right)^3 : \left(- \frac{2}{3}xy \right)^2 (-x) - \frac{1}{3}(-y^2)(-xy)^2 \right]^3 (x^3)^3 : (-x^3y^6)^2 + \left(-\frac{1}{3}x^3 \right)^3$

b. $\left[(-2p^4q^2)^3 : (-2p^5q^2)^2 \right]^3 : \left\{ [(6p^6)^2 : (18p^5)^2] \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)^{-1} \frac{(-3)^3}{2} \right\}^3$

c. $\left[\frac{(-a^n)^3}{a^n} \right]^2 + \frac{-3^4a^n(-a^{2n})^5a^n}{[(3a^{2n})^2 : a^{2n}](a^6)^n} - (-2a^{2n})^4 : (a^{4n}) \quad \text{con } n \in \mathbb{N}$

5. Determinare i valori di $n, m \in \mathbb{N}$ per i quali i monomi $\frac{1}{2}x^{n+1}y^4$ e $\frac{3}{4}x^2y^{m-2}$ hanno x^2y^3 come MCD e x^4y^4 come mcm
6. Si considerino i monomi $2x^2yz^2$, $8xy^nz$, $3x^my^2z$
- Determinare i valori di $n, m \in \mathbb{N}$ per cui i tre monomi hanno lo stesso grado complessivo
 - Con i valori trovati, determinare MCD e mcm di tali monomi
7. Un piano di lavoro rettangolare ha altezza $8a$ e base $15b$.
- Esprimere tramite monomi l'area del piano e l'area di un secondo piano in cui la base è aumentata del 4% e l'altezza del 25%.
 - Dimostrare che l'area del secondo piano è il 30% più grande di quella del primo.
8. Esprimere il valore dell'area della regione colorata in figura tramite un monomio. Come cambia l'area se i lati del quadrato dimezzano?



9. **ESERCIZIO ***

Giustificando la propria risposta, determinare il numero di monomi di grado pari, tali che

$$MCD(A, \frac{1}{2}x^2y^3, -x^4y^2) = x^2y \quad mcm(A, -2xy^4, x^2y^3) = 2x^2y^4$$

GRIGLIA DI VALUTAZIONE PROVE SCRITTE					
Indicatori	Conoscenze di contenuti	Competenze di progettazione	Competenze di elaborazione	Competenze argomentative e lessicali	
Valutazioni	(0-3)	(1-2)	(0-4)	(0-1)	

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA

1. Semplificare le seguenti espressioni adoperando, ove possibile, i prodotti notevoli

a. $(a+x)^4 - (a^3 - x^3)(a+x) - (a^2 - x^2)(-a^2 - x^2) - (a-x)(a+x)^3 - 2x^2(3a^2 + x^2)$

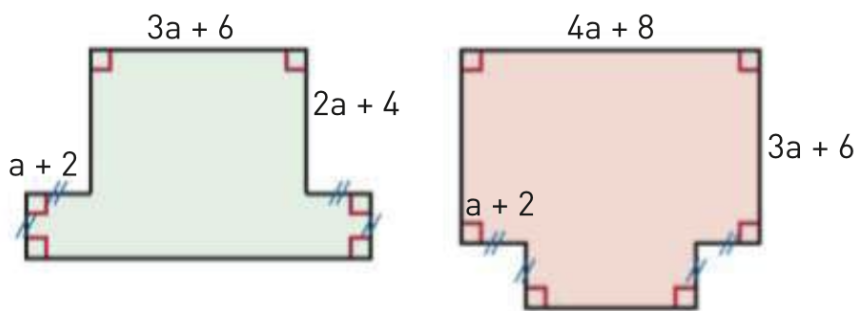
b. $(\frac{1}{2} + 2a - a^3)^2 + (2a^2 - 1)^2 + (1 - a^2)^3 - 3a^2(a-1)(a+1) + (-a)(2 - a^2)$

c. $x(x^n)^3 + (x^n + 2)(1 - x) + x(x^n + 2x^{2n}) + (x^n + x^{2n})(x^{2n} - 2x^n)x - 2(1 - x)$

2. Si consideri l'espressione letterale $-8x^3 - 2x^2 + 2x^{n-3} + 6x^{n-2}$ dove $n \in \mathbb{N}$. Determinare, se esistono, i valori di n per i quali si ha che tale espressione è:

- un polinomio
- un polinomio completo
- un trinomio
- un polinomio di grado 6
- un monomio

3. Esprimere tramite polinomi ridotti il perimetro e l'area delle seguenti figure, verificando che hanno lo stesso perimetro.



4. Risolvere le seguenti equazioni:

a. $\frac{(2x-\frac{1}{3})(3-x)}{5} + \frac{(2x+1)^2}{10} + (\frac{1}{10} - \frac{1}{5})^{-1} (\frac{x}{10} + 5^{-1}) = 0$

b. $-x^3(2x+1)^2(x-4) = 0$

c. $\frac{(4z-4)(z-1)}{2} + 4z - 2 - (-11 + 9z^2) = (3-2z)(2z+3) + 3z(5-z) - 15z + 2$

5. Due numeri naturali che differiscono di 21 sono tali che il prodotto della somma dei due numeri per la loro differenza, aumentato di 62, è uguale alla differenza tra il quadrato del successivo del numero più grande e il quadrato del precedente del secondo numero. Determina i due numeri.
6. In un test con 28 domande si assegnano 5 punti per ogni risposta esatta, si tolgono 2 punti per ogni risposta errata e si assegna un punto per ogni risposta non data. Marco risponde a tutte le domande e ottiene in totale 0 punti. Quante risposte corrette e quante errate ha dato?
7. Si consideri l'equazione $ax + 3x = 2a - x - 1$ nell'incognita x e di parametro a , con $a \in \mathbb{R}$.
- Esiste un valore di a per cui l'equazione è impossibile? Giustificare.
 - Esiste un valore di a per cui l'equazione è determinata con soluzione $x = 3$? Giustificare.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE PROVE SCRITTE					
Indicatori	Conoscenze di contenuti	Competenze di progettazione	Competenze di elaborazione	Competenze argomentative e lessicali	
Valutazione	(0-3)	(1-2)	(0-4)	(0-1)	

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA

1. Risolvere le seguenti equazioni:

a. $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) + 2(2x - 3)^2 = \frac{8}{9}(1 - 3x)^2 + \left(\frac{1}{3}x - 1\right)^2$

b. $4y^4 - 5y^2 + 1 = 0$

2. Eseguire le divisioni seguenti. Se possibile, applicare la regola di Ruffini.

a. $\left(x^4 - \frac{8}{3}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 4\right) : \left(\frac{1}{3}x + 1\right)$

b. $\left(x^5 - 2x^3 - x^2 + x + 2\right) : \left(x^2 - x - 1\right)$

3. Determinare, se esistono, i valori di k per cui il polinomio $(1 + k)x^4 + 3kx + 2(2k - 1)$ risulta divisibile per il binomio $x - 2$.

4. Scomporre i seguenti polinomi:

a. $4x^8 - 4x^2$

b. $x^2 - 7xy + 10y^2$

c. $12a^5 + 12a^4x - 12a^4y + 3a^3x^2 + 3a^3y^2 - 6a^3xy$

d. $x^8 + 7x^4 - 8$

e. $6b^3 + 7b^2 - b - 2$

f. $(x + 1)^3 - (1 + 2x)^3$

g. $ax^9y^9 - 2ax^6y^6 + 4ax^3y^3 - 8a$

h. $y^6 - y^4 - 4y^3 + 4$

i. $3a^2 + 11a - 4 + (3a - 1)^2$

l. $x^8 - 4x^6 - 9x^4 + 36x^2$

m. $2x^2y - 4xy - x^3 + 2x^2 + 2y^2 - xy^2$

5. Calcolare il MCD e il mcm dei polinomi seguenti:

$$b^2 - 7b + 6$$

$$ab - 2b + 4a - 8$$

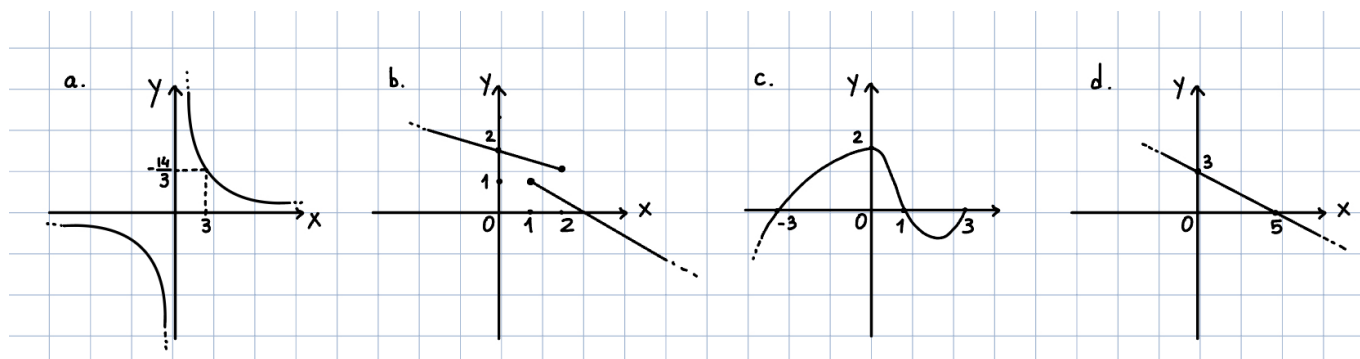
$$b^3 + 2b^2 - 7b + 4$$

6. * Dimostrare che il numero $3^{12} - 1$ è divisibile per 7.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE PROVE SCRITTE					
Indicatori	Conoscenze di contenuti	Competenze di progettazione	Competenze di elaborazione	Competenze argomentative e lessicali	
Valutazione	(0-3)	(1-2)	(0-4)	(0-1)	

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA

- Eeguire la divisione $(3x^4 - 2x^2 + x + 4) : (x + 1)$.
- Scomporre i seguenti polinomi:
 - $x^4 - 6x^2 + 5$
 - $\frac{4}{25}a^2 - \frac{4}{5}ab^4 + b^8 + \frac{2}{5}ab + \frac{1}{4}b^2 - b^5$
 - $y^3 + 4y^2 + y - 6$
 - $4y^6 - y^4 - 2y^2 - 1$
 - $(a - b)^3 - 6(a - b)^2 + 12(a - b) - 8$
- Calcolare MCD e mcm dei seguenti polinomi: $\frac{1}{4}a^2x^2 - \frac{1}{4}$; $axy + a^2x - y - a$; $2a^2x^2 - a^4x^4 - 1$
- Si consideri la funzione $f(x) = \frac{3x+9}{x^2+2x-3}$. Determinarne il dominio e gli eventuali zeri; calcolare $f(2)$, $f(-3)$ e la controimmagine di -1 .
- Osservare i grafici sottostanti. Per ciascun grafico stabilire se rappresenta una funzione oppure no. Per le funzioni, indicare dominio, insieme immagine e zeri. Infine, se quella rappresentata è una funzione nota, determinarne l'espressione analitica.



- Rappresentare la funzione $f(x) = -2x + \frac{1}{2}$ sul piano cartesiano.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE PROVE SCRITTE					
Indicatori	Conoscenze di contenuti	Competenze di progettazione	Competenze di elaborazione	Competenze argomentative e lessicali	
Valutazione	(0-3)	(1-2)	(0-4)	(0-1)	

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA

1. Semplificare le seguenti espressioni:

a. $\left(\frac{x}{4} - \frac{2x-3}{4x-8}\right)^2 \cdot \frac{8}{x^3-3x^2+3x-1} \cdot \left(\frac{2x^2-6x+4}{x^2-6x+9}\right)^2 - \frac{2}{9-3x}$

b. $\left(\frac{x^2-7x+6}{x^3+25-x^2-25x} : \frac{x^2-36}{x^2-6x+5}\right) : \left(\frac{x^2+11x+30}{x-1}\right)^{-2} \cdot \frac{x}{x+5}$

2. Risolvere le seguenti equazioni:

a. $\frac{2}{5}x\left(4 + \frac{2}{5}x\right) + \left(\frac{4}{5}x - 1\right)^2 = \frac{1}{5}(2x + 5)(-5 + 2x)$

b. $\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{x+2}{2x-x^2} = \frac{2x-4}{x^2+2x} + \frac{7}{x^2-4}$

c. $\frac{13x^2+2x+2}{2x^2-13x+15} - \left(1 + \frac{3}{2x}\right) : \frac{4x^2-9}{2x^2-10x} = \frac{6x+9}{x-5}$

d. $(x - 3b)(x + 3b) - \frac{1}{9}b^2x = \left(\frac{1}{3}b - x\right)^2 - \frac{b}{9}$ nell'incognita x

e. $\frac{a+3}{3x} - \frac{4a}{a-3} = \frac{1-a}{x}$ nell'incognita x

3. Risolvere le seguenti disequazioni, riportando anche la soluzione per intervalli:

a. $\frac{2x^2-1}{3} + \frac{2x+1}{2} \leq \frac{(2x+1)^2}{6} - 3x$

b. $(x^2 - x + 1)^2 - 2[(-x)^2]^2 \geq -\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^2 - 2x(x - 1)^2$

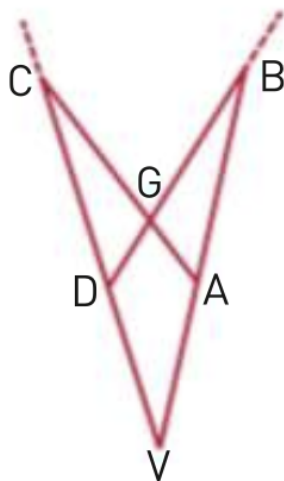
4. Si considerino le funzioni sotto. Dopo averne determinato il dominio, trovare per quale valore di x si ha che $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x+1} \qquad g(x) = \frac{x^2 + 1}{(x^2 + x)(2x - 1)}$$

GRIGLIA DI VALUTAZIONE PROVE SCRITTE					
Indicatori	Conoscenze di contenuti	Competenze di progettazione	Competenze di elaborazione	Competenze argomentative e lessicali	
Valutazione	(0-3)	(1-2)	(0-4)	(0-1)	
e					

VERIFICA DI MATEMATICA

1. Enunciare e dimostrare il *Secondo criterio di congruenza* per i triangoli.
2. Enunciare e dimostrare il *Teorema dell'angolo esterno*.
3. Dimostrare che in un triangolo rettangolo l'ipotenusa è maggiore di ciascuno dei due cateti.
4. Sul lato BC di un triangolo ABC si prendano due punti qualsiasi P e Q , con P più vicino a B . Dimostrare che $\widehat{APB} > \widehat{AQB} > \widehat{QAC}$.
5. Dal vertice B del triangolo ABC prolungare, esternamente al triangolo, i lati BC e AB rispettivamente dei segmenti $BH \cong BC$ e $BK \cong AB$. Tracciare per B una retta r , distinta dai lati del triangolo ABC , che interseca il prolungamento del lato AC , dalla parte di C , in un punto D e la retta HK in un punto E . Dimostrare che $CD \cong EH$.
6. Sui lati obliqui AC e BC del triangolo isoscele ABC si fissino due punti P e Q in modo tale che $AP \cong BQ$.
 - a. Detto M il punto medio della base AB , dimostrare che il triangolo MPQ è isoscele.
 - b. Detto O il punto di intersezione dei segmenti AQ e BP , dimostrare che il triangolo POQ è isoscele.
7. Nella figura $AV \cong DV$ e $AB \cong DC$. Dimostrare che la retta VG è la bisettrice dell'angolo \widehat{DVA} .



GRIGLIA DI VALUTAZIONE PROVE SCRITTE					
Indicatori	Conoscenze di contenuti	Competenze di progettazione	Competenze di elaborazione	Competenze argomentative e lessicali	
Valutazione	(0-3)	(1-2)	(0-4)	(0-1)	

Cognome e nome

Liceo Scientifico *N. Copernico* - Pavia

Classe :

data :

INTERROGAZIONE SCRITTA DI GEOMETRIA

1. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false, **giustificando la propria risposta tramite opportuni teoremi o proprietà studiate**

a) Due rette perpendicolari a una stessa retta formano angoli corrispondenti supplementari

V F

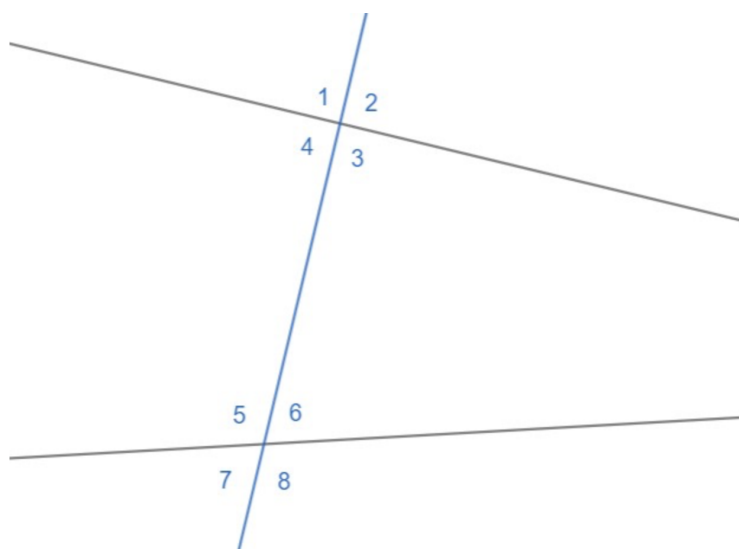
.....
.....
.....

b) Se in un triangolo due angoli sono complementari, allora il triangolo è necessariamente rettangolo

V F

.....
.....
.....

2. Si consideri la figura seguente:



a) Fornire la definizione di angoli alterni esterni. Quali degli angoli in figura sono alterni esterni?

.....
.....
.....
.....

b) Determinare l'angolo coniugato interno di 5, il suo corrispondente e il suo angolo alterno interno

.....
.....

c) Enunciare il *Criterio di parallelismo*

.....
.....
.....
.....

3. Enunciare e dimostrare il *Teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo*

.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. Enunciare e dimostrare il *Teorema di esistenza della parallela*

.....

.....

.....

.....

.....

.....